

Extrêmes et multifractals en hydrologie : résultats, validations et perspectives

Extremes and multifractals in hydrology: results, validations and prospects

D. Schertzer^{1,2}, P. Bernardara^{1,3}, A. Biaou¹, I. Tchiguirinskaia¹, M. Lang³, E. Sauquet³
H. Bendjoudi⁴, P. Hubert⁵, S. Lovejoy⁶, J.M. Veysseire⁷

¹ CEREVERE, ENPC, 6-8, av. Blaise Pascal, Cité Descartes 77455 Marne-la-vallée Cedex 2, France.
(Daniel.Schertzer@enpc.fr)

² CNRM, Météo-France, Paris, 1 Quai Branly, 75007 Paris. France.

³ HHLV, CEMAGREF, 3 bis quai Chauveau, CP220, 69336 Lyon Cedex 09, France.

⁴ UMR 7619 Sisyphe, UMPC, Case 105, 4 place Jussieu, 75252, Paris Cedex 05, France.

⁵ UMR 7619 Sisyphe, ENSMP, 35 rue Saint Honoré, 77305 Fontainebleau, France.

⁶ Physics dept., McGill University, 3600 University st., Montreal, H3A 2T8, Que., Canada.

⁷ Direction de la Climatologie, Météo-France, 42 Av. G. Coriolis, 31057 Toulouse Cedex, France.

Extremes and multifractals in hydrology: results, validations and prospects. The methods of forecasting extremes are probably at a turning point. The predetermination of the extremes based on more or less sophisticated methods of probability law fitting remain sensitive to sampling uncertainties and errors deriving from the choice of probability law. For floods, hydrologists have developed methods of extrapolation by going beyond the (limited) streamflow time series to include historical data, geomorphological data, paleohydrological data, to include the regional context or by integrating knowledge of the rain rate stream-flow relation (e.g. the Gradex method or simulation methods). Thanks to the development of multifractals, new statistical physics techniques are now available which permit – over wide ranges of scale – to easily handle extreme variability, intermittency and long range correlations in the hydrometeorological fields. For example, it has been shown that nonlinear cascade interactions over large ranges of scale generally lead to power law probability distributions, very rich in extremes. These developments have stimulated several national (in the framework of RIO2 and PNRH) and international (e.g. DSIG or PUB) projects to which the authors have contributed. It is timely to discuss where we stand.

I ■ CONTEXTE

Du fait d'une augmentation de la vulnérabilité et d'une meilleure prise en compte des risques hydrologiques, on ne peut se contenter d'estimer des crues correspondant à des probabilités de 10^{-2} (« crues centennales » pour les maxima annuels). Ainsi, celles de 10^{-4} sont assez systématiques pour les très grands barrages, voire en fait 10^{-5} tenant compte des marges de sécurité considérées. Accéder à celles de 10^{-6} et 10^{-7} est souvent requis [Garçon, 2005] pour les études de sécurité et de risque. Malheureusement, les chronologies atteignant le siècle ne sont guère fréquentes, car elles ne sont souvent que de quelques dizaines d'années. Aussi, différentes techniques ont été développées pour remonter le temps à partir de données historiques ou sédimentologiques [Payraastre et al., 2005 ; Benito and Thorndycraft, 2006 ; Delgado, 2006], ou pour consolider les ajustements en collectant une information multi-sites et

en la transférant vers des sites pas ou peu jaugés. La qualité de ces recherches permet parfois d'augmenter d'un ordre de grandeur la durée des observations concernant les fortes crues. Cependant, non seulement ces données ont des durées qui restent inférieures aux périodes de retour espérées, mais elles posent avec encore plus d'acuité le problème des données manquantes à différentes échelles de temps, des grandes incertitudes d'estimation des débits (ne serait-ce que celle concernant la conversion des hauteurs en débit pour un profil de rivière qui a évolué) et surtout de leur probable non stationnarité. Celle-ci a été trop souvent réduite à la question d'une possible tendance linéaire ou de rupture (de source anthropique ou non), alors que de façon générale elle peut simplement résulter du fait que l'échelle externe des fluctuations est largement supérieure à celle de la chronologie, ne serait-ce du fait que l'échelle externe des fluctuations climatiques demeure au-delà de nos actuelles mesures empiriques (ex. carottes glaciaires).

II ■ DES STATISTIQUES À LA PHYSIQUE STATISTIQUE

De prime abord, la variabilité hydrologique nous paraît difficile à appréhender car elle intervient sur de grandes gammes d'échelles, par exemple : de quelques millimètres à une dizaine de milliers de kilomètres et de quelques secondes à des ères géologiques [ex. *Sposito*, 1998 ; *Tchiguirinskaia et al.*, 2004a]. Mais, plutôt que de la considérer comme une difficulté à plus ou moins contourner, on peut au contraire tenter de la considérer comme un phénomène fondamental pouvant receler un élément de simplification important : une symétrie d'échelle. En effet, la façon la plus simple de comprendre cette variabilité – mais encore faut-il avoir les notions et concepts nécessaires – est de considérer qu'il y a un processus élémentaire et invariant d'échelle qui reproduit d'échelle en échelle cette variabilité. Ce processus peut être physiquement défini par les interactions nonlinéaires entre structures de différentes échelles. On peut ainsi espérer passer de la statistique à la physique statistique de façon similaire, mais dans un contexte nettement plus complexe, comme la notion de chaos moléculaire pour la thermodynamique.

Cela renvoie à la notion de cascade dont l'évocation remonte à [*Richardson*, 1922], mais dont les premiers modèles concrets sont apparus bien plus tard [*Novikov and Stewart*, 1964 ; *Yaglom*, 1966 ; *Mandelbrot*, 1974 ; *Frisch et al.*, 1978]. Ceux-ci ont été développés dans le cadre très restreint de la turbulence hydrodynamique et ont conclu sur la possibilité de caractériser de l'intermittence de la turbulence dans le cadre de la géométrie fractale [*Mandelbrot*, 1983]. Il faudra attendre plusieurs années pour passer de ce cadre simplificateur à la notion de multifractals [*Benzi et al.*, 1984 ; *Schertzer and Lovejoy*, 1984 ; *Parisi and Frisch*, 1985], quelques années supplémentaires pour commencer à étendre ces notions aux précipitations [*Schertzer and Lovejoy*, 1987] en prenant en compte la stratification de l'atmosphère et la continuité des échelles, puis la prise en compte de la causalité [*Marsan et al.*, 1996 ; *Tessier et al.*, 1996].

La possibilité de caractériser et de modéliser la variabilité des précipitations à travers des échelles (ex. des masses nuageuses continentales aux sous-cellules orageuses, du mois à quelques minutes...) et non plus à une échelle donnée, a suscité nombre d'études multifractales des précipitations [ex. : *Lovejoy et al.*, 1987 ; *Lovejoy and Schertzer*, 1990 ; *Gupta and Waymire*, 1991 ; *Tessier et al.*, 1992 ; *Fraedrich and Larnder*, 1993 ; *Gupta and Waymire*, 1993 ; *Hubert et al.*, 1993 ; *Over and Gupta*, 1994 ; *Tessier et al.*, 1994 ; *Olsson*, 1995 ; *Harris et al.*, 1996 ; *Olsson and Niemczynowicz*, 1996 ; *Bendjoudi et al.*, 1997 ; *de Lima*, 1998 ; *Desaulnier-Soucy et al.*, 2001 ; *Hubert et al.*, 2001 ; *Schmitt and Nicolis*, 2002 ; *Lilley et al.*, 2005 ; *Lovejoy and Schertzer*, 2006], pour revue [*Lovejoy and Schertzer*, 1995], puis des débits de rivières [*Tessier et al.*, 1996 ; *Pandey et al.*, 1998 ; *Hubert et al.*, 2002 ; *Labat et al.*, 2002 ; *Tchiguirinskaia et al.*, 2002 ; *Tchiguirinskaia et al.*, 2004b]. On peut en effet se poser la question de caractériser et quantifier la variabilité dans un ordre croissant de complexité :

i) la dépendance de l'activité moyenne (définie par la moyenne des observations, ex. le taux de pluie moyen) par rapport à l'échelle,

ii) l'intermittence moyenne : comment se « concentre » l'activité moyenne lorsque observée à des échelles de plus en plus fines (il pleut tous les ans, mais rarement tous les jours !),

iii) la variabilité de l'intermittence par rapport aux différents niveaux d'activité, donc comment varie l'intermittence lorsque l'on s'écarte de l'activité moyenne (variabilité des régimes de précipitation ou de débit),

iv) quel comportement pour les extrêmes ?

III ■ CARACTÉRISATION MULTIFRACTALE DE LA VARIABILITÉ

Étudier un champ, par exemple, le taux de pluie R_λ ou le débit Q_λ d'une rivière, à travers des échelles, nécessite de l'observer à différentes résolutions λ . La résolution est définie par le rapport L/l de l'échelle (spatiale ou/et temporelle) externe L du phénomène (ou de l'échantillon) et de l'échelle d'observation l . Les observations à différentes résolutions peuvent résulter de capteurs différents (ex. : spatiaux), mais plus souvent d'agrégations successives (moyenne glissante ou non) d'observations d'un capteur donné.

En cas de symétrie d'échelle, à chacune des questions précédemment posées ((i)-(iv)) correspond un paramètre :

— l'exposant H , souvent dit de Hurst : pour $H=0$ la moyenne statistique des observations est strictement invariante d'échelle – on parle alors de champs conservatifs –, plus généralement H est l'exposant de la loi d'échelle de l'activité moyenne : $\langle R_\lambda \rangle \approx \lambda^H$, $\langle . \rangle$ désignant la moyenne d'ensemble, soit l'espérance mathématique, \approx une équivalence asymptotique pour les fortes résolutions.

— la codimension $C_1 \geq 0$: $C_1=0$ pour un champ homogène et plus généralement $d-C_1$ est la dimension fractale du support de l'activité moyenne, d étant la dimension de l'espace sur lesquelles sont définies les observations.

— l'indice de multifractalité $\alpha (0 \leq \alpha \leq 2)$: $\alpha=0$ pour un champ dont les niveaux d'activité se concentrent de la même façon. Le champ est alors dit uni/mono-fractal car cette concentration est définie par une dimension fractale unique ($d-C_1$). Plus généralement, α mesure la variabilité de cette concentration suivant les différents niveaux d'activité et définit précisément la hiérarchie (infinie) des dimensions fractales des ensembles sur lesquels se concentrent ces différents niveaux d'activité.

— l'exposant q_D de la loi de puissance de la probabilité des extrêmes, dite souvent loi de Pareto, lorsque celle-ci est confirmée ($0 < q_D < \infty$) i.e. pour de grands seuils s : $\Pr(R_\lambda > s) \approx s^{-q_D}$.

Ainsi, nombre de travaux cités plus haut ont mis en évidence un exposant $q_D \approx 3$ pour la loi de puissance de la probabilité des extrêmes des précipitations.

Ces quatre paramètres (H , C_1 , α , q_D) sont définis pour tout champ respectant une symétrie d'échelle, les trois premiers caractérisent son comportement relativement moyen, le dernier ses extrêmes (q_D étant éventuellement non fini). De plus, dans le cas des multifractals universels, les trois premiers paramètres (H , C_1 , α) caractérisent l'ensemble du compor-

tement statistique du champ et donc définissent q_D . Dans le cas d'une cascade conservative pour une certaine dimension (éventuellement fractale) D , q_D est précisément solution non triviale ($\neq 1$) de :

$$(q_D^\alpha - q_D) / (\alpha - 1) = (q_D - 1) D / C_1 \quad (1)$$

Différentes méthodes ont été développées pour déterminer ces 'paramètres universels' [Lavallée et al., 1992; Schertzer and Lovejoy, 1993], pour une introduction pédagogique se reporter à [Bernardara et al., 2006a].

IV ■ QUELQUES RÉSULTATS RÉCENTS ET VALIDATIONS

L'équation (1) peut être utilisée pour déterminer de façon semi-analytique un indice multifractal de risque $Cr = q_r / q_D$ [Bendjoudi et al., 2004; Hubert et al., 2005] à partir des estimations empiriques de C_1 et α qui, tenant compte de leur définition (Sect. III) peuvent être obtenues sur des échantillons nettement plus courts (ex. : une année) que l'inverse d'une probabilité de référence p_r (ex. : $p_r = 10^{-2}$). L'exposant q_r de référence est choisi de telle façon que $Cr > 1$ correspondent à une chute probabilité nettement distincte d'une de type exponentielle pour des probabilités de l'ordre de p_r . Dans cet article, nous prendrons $q_r = 10$ qui semble adéquat pour $p_r \approx 10^{-2}$. D'autre part, en référence

au caractère unidimensionnel des chronologies étudiées, on utilisera la valeur (quelque peu arbitraire) $D = 1$, mais on peut se reporter à [Lazarev et al., 1994; Bendjoudi et al., 1997; Schmitt et al., 1998] pour des estimations avec $D < 1$.

La figure 1a présente la variabilité géographique de cet indice ainsi calculé [Bendjoudi et al., 2004; Hubert et al., 2005] sur le secteur Rhône-Méditerranée (173 chronologies de débits journaliers) de la base HYDRO (Ministère de l'Écologie et du Développement Durable) sur la gamme d'échelles 1 jour- 32 jours. Naturellement, nous nous sommes intéressés à confronter ces résultats à ceux obtenus sur cette même base de données à l'aide d'estimateurs plus classiques du comportement asymptotique d'une chronologie : maximum de vraisemblance, estimateur de Hill [Hill, 1975], estimateur généralisé de Hill [Beirlant et al., 1996.], L-moments [Hosking, 1990]. Ceux-ci permettent de déterminer le paramètre de forme κ d'une loi dite de Pareto généralisée (a et b étant des paramètres d'échelle et de localisation) :

$$\Pr(X \geq s) = (1 + \kappa(s - b)/a)^{-1/\kappa} \quad (2)$$

Lorsque κ est nul, on retrouve une loi exponentielle, pour κ négatif, une loi strictement bornée ($X < b$) et pour κ positif, une loi de Pareto usuelle, avec $\kappa = 1/q_D$. Ces trois types de lois sont d'usage courant dans le cadre de la théorie classique des extrêmes [Gumbel, 1958; Leadbetter et al., 1983; Embrechts et al., 1997].

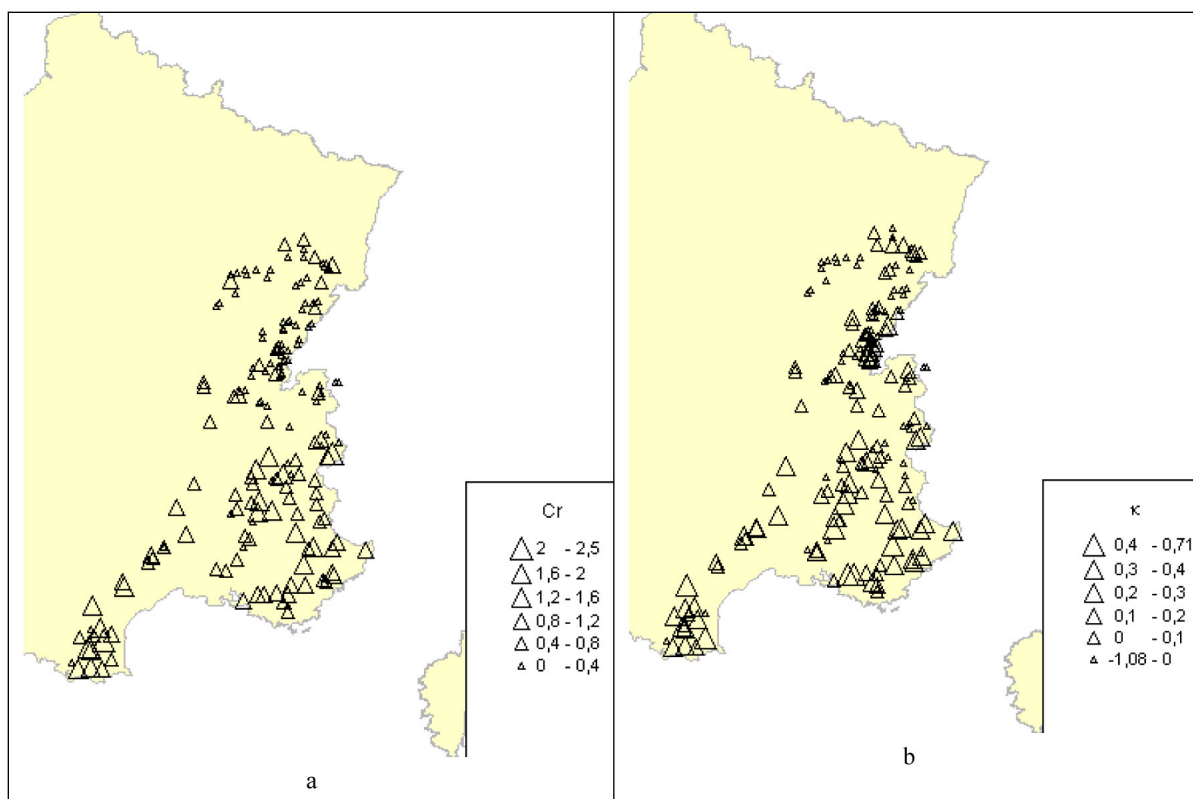


Figure 1 : Variabilité géographique pour les débits (secteur Rhône-Méditerranée de la base HYDRO) (a) de l'indice multifractal de risque Cr , déterminé analytiquement à partir des évaluations empiriques des exposants multifractals α et C_1 ; (b) du paramètre de forme κ estimé à partir des L-moments.

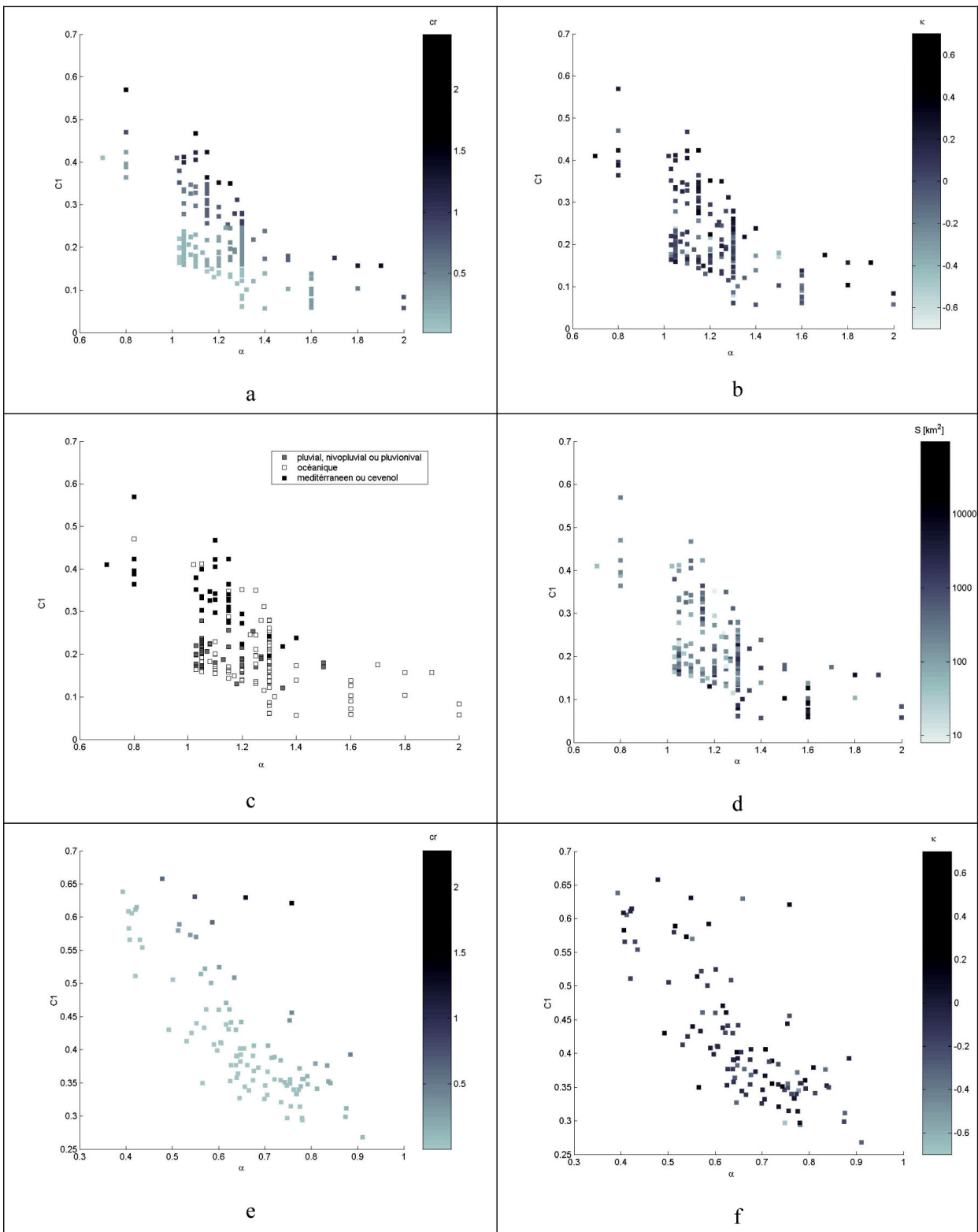


Figure 2 : Dans le plan (α, C_1) , typologie (a) de l'indice multifractal de risque C_r , (b) du paramètre de forme κ obtenu avec les L-moments, (c) des classes de régimes hydrologiques, (d) des aires de drainage, (e-) de l'indice multifractal de risque CR pour les précipitations, (f) du paramètre de forme κ obtenu avec les L-moments.

La figure 1b présente ainsi la variabilité géographique du paramètre de forme κ estimé à partir des L-moments [Bernardara *et al.*, 2006b]. On peut noter une similitude qualitative avec la carte précédente (fig. 1a), notamment en ce qui concerne le contraste entre l'arc méditerranéen (à plus fort indice de risque) et les bassins plus septentrionaux (à moindre indice de risque).

Mais en même temps, on peut noter des différences, en particulier quantitatives. Rappelons que les estimateurs classiques sont théoriquement définis pour des échantillons sans dépendance, de même que la théorie classique des extrêmes, ce qui n'est ni le cas des chronologies hydrologiques considérées, ni des séries ou champs multifractals. Pour contourner ce problème de dépendance, il est devenu usuel en hydrologie [Lang *et al.*, 1999] de raisonner sur des échantillonnage sup-seuil (pointes supérieures à un seuil, Peak Over Threshold (POT)), alors que ce n'est nullement le cas pour l'analyse multifractale, qui par nature prend en compte l'intégralité de la chronique avec ses interdépendances à longue portée. Ainsi, la figure 1b correspond à échantillonnage sup-seuil alors que ce n'est pas le cas de la figure 1a. Une série de tests statistiques [pour revue Lang *et al.*, 1999] peut permettre de déterminer la gamme de seuils pour laquelle les valeurs de l'échantillon peuvent être considérées comme indépendantes, avec un processus d'occurrence temporelle distribué suivant une loi de Poisson.

D'autre part, les estimateurs paramétriques classiques sont en général appliqués en considérant que la loi est de type Pareto généralisée à partir du seuil choisi pour l'échantillonnage sup-seuil, alors que le comportement en loi de puissance n'intervient qu'à partir d'un seuil critique pour

l'analyse multifractale. L'estimateur semi-paramétrique de Hill, bien que moins classique en hydrologie, mais conceptuellement plus proche de l'analyse fractale, permet d'estimer le seuil critique de la loi de Pareto par une procédure d'optimisation. Il est donc indispensable d'étudier les interrelations entre l'estimateur des L-moments, le maximum de vraisemblance, l'estimateur de Hill et l'estimateur généralisé de Hill [Bernardara *et al.*, 2005 ; Bernardara *et al.*, 2006b]. Le tableau 1 résume certains des résultats obtenus (toujours sur le secteur Rhône Méditerranée de la base HYDRO) et met en évidence non seulement une occurrence majoritaire de loi de puissance ($\kappa > 0$), mais aussi le fait que le choix (réaliste) d'un seuil critique non nul, déterminé par la procédure de Hill, augmente cette occurrence.

On peut aussi poursuivre la comparaison entre estimateurs multifractals et estimateurs classiques en analysant les caractéristiques obtenues en fonction de la variabilité de l'intermittence par rapport au niveau d'activité (α) et de sa moyenne (C_1), donc dans le plan (α, C_1) . La figure 2a représente l'indice multifractal de risque dans ce plan. Il est naturellement structuré par l'équation (1), mais relativement indépendamment de ses détails, en particulier de la valeur précise de D . En effet, de façon très générale, une forte intermittence moyenne ou une forte variabilité de l'intermittence, lorsque sa moyenne est faible, conduisent toutes deux à des extrêmes importants. Cette structure est nettement moins évidente avec l'estimation du paramètre de forme κ obtenu avec les L-moments (fig. 2b). On peut aussi noter, toujours dans le plan (α, C_1) , une structuration assez évidente (fig. 2c) de la classification en trois classes

Tableau 1. Pourcentage des chronologies pour lesquelles une loi puissance a été détectée, en fonction de l'estimateur utilisé et de l'échantillon considéré (sup-seuil ou entier avec optimisation).

Estimateur	L-moments	Max Vraisembl.	Hill gén.	L-moments	Max Vraisembl.
échantillon	Sup-seuil	Sup-seuil	optimisation	optimisation	optimisation
% $\kappa > 0$	68 %	60 %	75 %	84 %	71 %

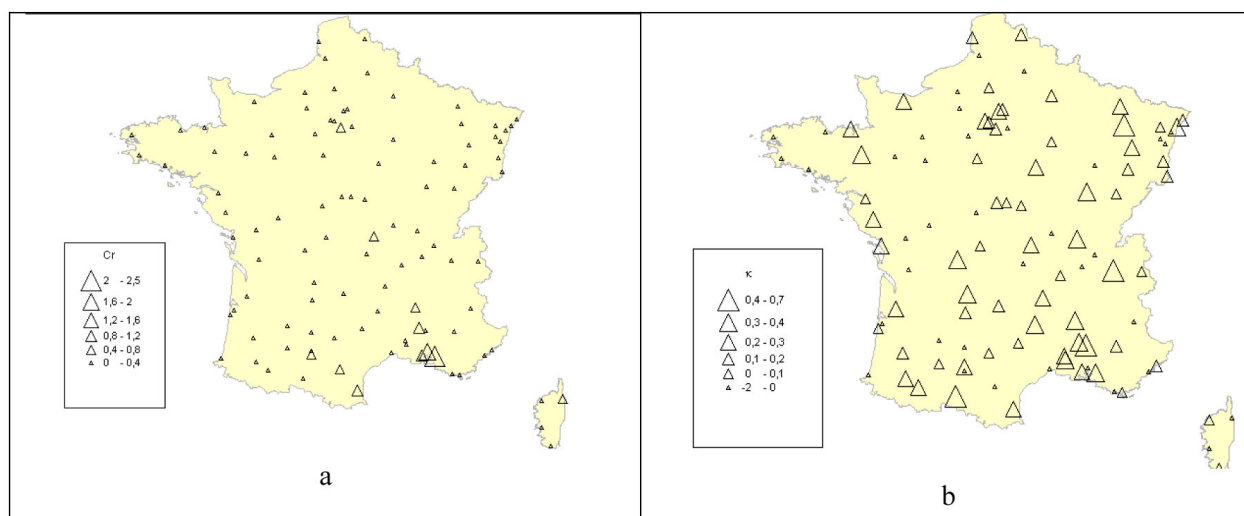


Figure 3 : variabilité géographique pour les précipitations (base PRECIP) (a) de l'indice multifractal de risque C_r , déterminé analytiquement à partir des évaluations empiriques des exposants multifractals α et C_1 ; (b) du paramètre de forme κ estimé à partir des L-moments.

des bassins concernés [d'après *Pardé*, 1955], notamment : le type méditerranéen semble être sensiblement à la fois plus intermittent (en moyenne), mais moins multifractal que le type océanique. La seconde caractéristique est sans doute moins évidente que la première, bien que non totalement surprenante. Par contre, il n'a pas de structuration par la surface des bassins (fig. 2d), donc pas de forte dépendance des paramètres multifractals par rapport à la surface.

On peut d'autre part étudier la relation pluie-débit dans ce même cadre. Pour les précipitations, on utilise la base PRECIP de Météo-France (augets basculants, avec une résolution temporelle de l'ordre de 6 minutes), qui a fait l'objet de diverses analyses multifractales [*Hallegatte*, 2001 ; *Biaou*, 2004]. La figure 2e présente, en analogie avec la figure 2a, l'indice multifractal de risque, calculé sur 105 chronologies à partir des estimations de α et C_1 obtenues [*Biaou*, 2004] sur la même gamme d'échelle 1 jour-32 jours, mais cette fois sur l'intégralité (environ 11 ans) des chroniques et non sur un an. On note immédiatement que les domaines (α, C_1) des précipitations et des débits sont disjoints : les variabilités pluie et débit n'ont donc a priori pas de correspondance simple et cette relation ne peut être (quasi-) linéaire. La figure correspondante (fig. 2f) du paramètre de forme κ estimé par les L-moments sur un échantillonnage sup-seuil, prenant en moyenne trois pluies journalières extrêmes par an, ne montre pas de similitude même qualitative, contrairement au cas des débits. Aux raisons déjà discutées sur les limites possibles d'une telle similitude, s'ajoute le fait que ces séries sont fort courtes (de l'ordre de 11 ans) pour une évaluation à l'aide des L-moments, ce qui par contre ne pénaliserait pas l'estimation de α et de C_1 . La figure 3a, présentée avec la même palette que figure 1a, montre que l'indice multifractal de risques des précipitations est nettement plus important dans l'arc méditerranéen, comme constaté pour les débits. On retrouve relativement cette même tendance pour le paramètre de forme κ estimé par les L-moments sur l'échantillonnage sup-seuil (fig. 3b, même palette que pour 1b). Par contre les résultats sur l'ensemble de la France sont souvent divergents entre figure 3a et figure 3b. Nous avons déjà mentionné les raisons possibles, qui soulignent l'importance de continuer le travail d'intercomparaison entre différents types d'estimateurs, d'échantillonnages et différentes longueurs de chroniques.

V ■ CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

On peut d'abord constater que l'occurrence de lois de puissance pour la probabilité des extrêmes hydrologiques, conjecturée de façon quelque peu iconoclaste à partir de la notion de cascade, commence à avoir un début de validation à l'aide de différents estimateurs. Ces estimateurs mettent aussi en évidence une forte variabilité géographique de cette occurrence pour les débits.

Il reste cependant beaucoup à faire. En effet, les estimateurs classiques des extrêmes, tout comme la théorie des extrêmes à laquelle ils sont associés, sont définis pour des échantillons sans interdépendance. Il sera donc nécessaire de les généraliser pour prendre en compte les dépendances à longue portée. Dans cette direction, nous avons pointé le rôle de certains exposants fondamentaux des lois d'échelle, caractérisant, à des niveaux croissants de complexité, la variabilité hydrologique à travers les échelles.

REMERCIEMENTS

Les auteurs tiennent à remercier à différents titres le programme Risque Inondation (RIO2, Ministère de l'Écologie et du Développement Durable (MEDD)), le Programme National de Recherche en Hydrologie (PNRH, CNRS et organismes associés), ainsi que le Dam Safety Interest Group (DSIG, CEATI), pour leur soutien, ainsi que le MEDD et Météo-France pour l'accès aux données. Ils remercient aussi leurs collègues du Groupe de Travail « Extrêmes en Hydrologie », issu du programme RIO2, pour leurs discussions et suggestions stimulantes.

REFERENCES

- [1] BEIRLANT J., TEUGELS J.L. and VYNCKIEE P. (1996). — *Practical analysis of Extreme Values*, Leuven University Press
- [2] BENDJOUDI H., DUCHARNE A., HUBERT P., LARCHEVEQUE M., SCHERTZER D. and TCHIGUIRINSKAIA I. (2004). — Programme Risque-Inondations 2. Prédétermination multifractale des précipitations et des crues. Rapport final., pp. 73 pp., Ministère de l'Écologie et du Développement Durable, Paris
- [3] BENDJOUDI H., HUBERT P., SCHERTZER D. and LOVEJOY S. (1997). — Interprétation multifractale des courbes intensité-durée-fréquence des précipitations, Multifractal point of view on rainfall intensity-duration-frequency curves, *Compte Rendu à l'Académie des Sciences, Sciences de la Terre et des planètes, Géosciences de surface, hydrologie-hydrogéologie* 325 : 323-326
- [4] BENITO G. and THORNDYCRRAFT V. (2006). — Paleoflood hydrology: insight into rare events and extreme flood discharge., in *Colloque SHF «Valeurs rares et extrêmes de précipitations et de débits. Pour une meilleure maîtrise des risques»*. Lyon, 15-16 Mars
- [5] BENZI R., PALADIN G., PARISI G. and VULPIANI A. (1984). — On the multifractal nature of fully developed turbulence, *Journal of Physics A* 17 : 3521-3531
- [6] BERNARDARA P., LANG M., SAUQUET E., SCHERTZER D. and TCHIGUIRINSKAIA I. (2006a). — *Analyse multifractale en hydrologie. Application aux séries temporelles*, 54 pp. pp., CEMAGREF Editions, Antony
- [7] BERNARDARA P., SCHERTZER D. and LANG M. (2005). — Intercomparison of models and estimation techniques of extreme value in hydrology., in *Workshop on risk analysis and extreme value.*, Paris
- [8] BERNARDARA P., TCHIGUIRINSKAIA I., SCHERTZER D., LANG M. and SAUQUET E. (2006b). — *Flood probability distribution tail: how heavy is it?*, Stochastic Environmental Research & Risk Assessment (sous presse)
- [9] BIAOU A. (2004). — Aggrégation/désagrégation spatio-temporelle des champs de précipitation, Docteur de l'Université thesis, U. P. & M. Curie, Paris
- [10] DE LIMA, M.I.P. (1998). — Multifractals and the temporal structure of rainfall, Ph.D. thesis, Wageningen Agricultural University, Wageningen
- [11] DELGADO J.L. (2006). — Estimation des crues de référence par approche géomorphologique., in *Colloque SHF «Valeurs rares et extrêmes de précipitations et de débits. Pour une meilleure maîtrise des risques»*. Lyon, 15-16 Mars
- [12] DESAULNIER-SOUCY N., LOVEJOY S. and SCHERTZER D. (2001). — The continuum limit in rain and the HYDROP experiment, *J. Atm. Res* 59-60 : 163-197

- [13] EMBRECHTS P., KLUPPELBERG C. and MIKOSCH T. (1997). — *Modelling Extreme Events for insurance and Finance*, 648 pp., Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York
- [14] FRAEDRICH K. and LARNDER C. (1993). — Scaling regimes of composite rainfall time series, *Tellus 45 A* : 289-298
- [15] FRISCH U., SULEM P.L. and NELKIN M. (1978). — A simple dynamical model of intermittency in fully developed turbulence, *Journal of Fluid Mechanics 87* : 719-724
- [16] GARÇON R. (2005). — Communication personnelle, Paris
- [17] GUMBEL E.J. (1958). — *Statistics of the Extremes*, 371 pp., Columbia Univ. Press, New-York
- [18] GUPTA V.K. and WAYMIRE E. (1991). — On lognormality and scaling in spatial rainfall averages?, in *Non-linear variability in geophysics: Scaling and Fractals*, edited by D. Schertzer, and S. Lovejoy, pp. 175-184, Kluwer
- [19] GUPTA V.K. and WAYMIRE E. (1993). — A Statistical Analysis of Mesoscale Rainfall as a Random Cascade, *Journal of Applied Meteorology 32* : 251-267
- [20] HALLEGATTE S. (2001). — Analyse multi-échelle de la climatologie des précipitations: comportement multifractal et auto-organisation critique, Ecole Nationale de la Météorologie, Toulouse
- [21] HARRIS D., MENABDE A., SEED A. and AUSTIN G.L. (1996). — Multifractal characterization of rain fields with a strong orographic influence, *J. Geophys. Res. 101* : 26405-26414
- [22] HILL B.M. (1975). — A simple General Approach to Inference About the Tail of a Distribution, *Annals of Statistics 3* (5) : 1163-1174
- [23] HOSKING J.R.M. (1990). — L-moments: Analysis and Estimation of Distributions Using Linear Combinations of Order Statistics., *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological) 52* (1) : 102-124
- [24] HUBERT P., BENDJOUDI H., SCHERTZER D. and LOVEJOY S. (2001). — Multifractal Taming of Extreme Hydrometeorological Events, in *The Extremes of the Extremes*, IAHS
- [25] HUBERT P., TCHIGUIRINSKAIA I., BENDJOUDI H., SCHERTZER D. and LOVEJOY S. (2002). — Multifractal modeling of the Blavet river discharges at Guerledan., in *Proceedings of the Third Celtic Hydrology Colloquium*, pp. 47-58, Galway, Ireland, 10-12 July 2002
- [26] HUBERT P., TCHIGUIRINSKAIA I., BENDJOUDI H., SCHERTZER D. and LOVEJOY S. (2005). — Multifractal Modelling of Floods, in *Transboundary Floods: Reducing Risks and Enhancing Security through Improved Flood Management Planning*, edited by J. Marsalek, and G. Stancalie, Springer Netherlands, Dordrecht
- [27] HUBERT P., TESSIER Y., LADOUY P., LOVEJOY S., SCHERTZER D., CARBONNEL J.P., VIOLETTE S., DESUROSNE I. and SCHMITT F. (1993). — Multifractals and extreme rainfall events, *Geophysical Research Letter 20* (10) : 931-934
- [28] LABAT D., MANGIN A. and ABABOU R. (2002). — Rainfall-runoff relations for karstic springs: multifractal analyses, *J. Hydrology 256* : 176-195
- [29] LANG M., OUARDA T.B.M.J. and BOBEE B. (1999). — Towards operational guidelines for over-threshold modeling., *Journal of Hydrology 225* (3-4) : 103-117
- [30] LAVALLÉE D., LOVEJOY S., SCHERTZER D. and SCHMITT F. (1992). — On the determination of universal multifractal parameters in turbulence, in *Topological aspects of the dynamics of fluids and plasmas*, edited by K. Moffat, M. Tabor, and G. Zaslavsky, pp. 463-478, Kluwer
- [31] LAZAREV A., SCHERTZER D., LOVEJOY S. and CHIGIRINSKAYA Y. (1994). — Multifractal Analysis of Tropical Turbulence, part II: Vertical Scaling and Generalized Scale Invariance, *Nonlinear Processes in Geophysics 1* (2/3) : 115-123
- [32] LEADBETTER M.R., LINDGREN G. and ROOTZEN H. (1983). — *Extremes and related properties of random sequences and processes*, Springer-Verlag, New-York
- [33] LILLEY M., LOVEJOY S., DESAULNIER-SOUCY N. and SCHERTZER D. (2005). — Multifractal large N limit in Rain, *J. Hydrology* ((in press))
- [34] LOVEJOY S. and SCHERTZER D. (1990). — Multifractals, universality classes, satellite and radar measurements of clouds and rain, *J. Geophys. Res. 95* : 2021-2034
- [35] LOVEJOY S. and SCHERTZER D. (1995). — Multifractals and Rain, in *New Uncertainty Concepts in Hydrology and Water Resources*, edited by Z.W. Kundzewicz, pp. 62-103, Cambridge University Press
- [36] LOVEJOY S. and SCHERTZER D. (2006). — Multifractals, cloud radiances and rain, *J. of Hydrol.*, (in press)
- [37] LOVEJOY S., SCHERTZER D. and TSONIS A.A. (1987). — Functional Box-Counting and Multiple Dimensions in rain, *Science 235* : 1036-1038
- [38] MANDELBROT B.B. (1974). — Intermittent turbulence in self-similar cascades: divergence of high moments and dimension of the carrier, *Journal of Fluid Mechanics 62* : 331-350
- [39] MANDELBROT B.B. (1983). — *The Fractal Geometry of Nature*, Freeman, San Francisco
- [40] MARSAN D., SCHERTZER D. and LOVEJOY S. (1996). — Causal Space-Time Multifractal modelling of rain, *J. Geophys. Res. D 31* (26) : 26,333-26346
- [41] NOVIKOV E.A. and STEWART R. (1964). — Intermittency of turbulence and spectrum of fluctuations in energy-dissipation, *Izv. Akad. Nauk. SSSR. Ser. Geofiz. 3* : 408-412
- [42] OLSSON J. (1995). — Limits and Characteristics of the multifractal behavior of a high-resolution rainfall time series, *Nonlinear Processes in Geophysics 2* (1) : 23-29
- [43] OLSSON J. and NIEMCZYNOWICZ J. (1996). — Multifractal analysis of daily spatial rainfall distributions, *J. of Hydrol. 187* : 29-43
- [44] OVER T.M. and GUPTA V.K. (1994). — Statistical analysis of mesoscale rainfall: dependence of a random cascade generator on large-scale forcing
- [45] PANDEY G., LOVEJOY S. and SCHERTZER D. (1998). — Multifractal Analysis Including Extremes of Daily River Flow Series for Basins one to a million square kilometers, *J. Hydrology 208* : 62-81
- [46] PARDÉ M. (1955). — *Fleuves et rivières*, 224 p. pp., Armand Colin, Paris
- [47] PARISI G. and FRISCH U. (1985). — On the singularity structure of fully developed turbulence, in *Turbulence and predictability in geophysical fluid dynamics and climate dynamics*, edited by M. Ghil, R. Benzi, and G. Parisi, pp. 84-88, North Holland, Amsterdam
- [48] PAYRASTRE O., GAUME E. and ANDRIEU H. (2005). — Use of historical data to assess the occurrence of floods in small watersheds in the French Mediterranean area., *Advances in Geosciences 2* : 313-320
- [49] RICHARDSON L.F. (1922). — *Weather prediction by numerical process*, Cambridge University Press republished by Dover, 1965
- [50] SCHERTZER D. and LOVEJOY S. (1984). — On the Dimension of Atmospheric motions, in *Turbulence and Chaotic phenomena in Fluids*, edited by T. Tatsumi, pp. 505-512, Elsevier Science Publishers B. V., Amsterdam

- [51] SCHERTZER D. and LOVEJOY S. (1987). — Physical modeling and Analysis of Rain and Clouds by Anisotropic Scaling of Multiplicative Processes, *Journal of Geophysical Research D* 8 (8) : 9693-9714
- [52] SCHERTZER D. and LOVEJOY S. (1993). — *Lecture Notes: Nonlinear Variability in Geophysics 3: Scaling and Multifractal Processes in Geophysics*, 292 pp., Institut d'Etudes Scientifique de Cargèse, Cargèse, France
- [53] SCHMITT F. and NICOLIS C. (2002). — Scaling of return times for a high-resolution rainfall time series, *Fractals* 10 (3) : 285-291
- [54] SCHMITT F., VANNISTSEM S. and BARBOSA A. (1998). — Modeling of rainfall time series using two-state renewal processes and multifractals, *J. Geophys. Res. (to appear)*
- [55] SPOSITO G. (1998). — *Scale Dependence and Scale Invariance in Hydrology*, Cambridge University Press, Cambridge
- [56] TCHIGUIRINSKAIA I., BONNEL M. and HUBERT P. (2004a). — Scales in Hydrology and Water Management, pp. 170, IAHS, Wallingford U.K.
- [57] TCHIGUIRINSKAIA I., HUBERT P., BENDJOUDI H. and SCHERTZER D. (2002). — Multifractal Modeling of River Runoff and Seasonal Periodicity, in *Preventing & Fighting Hydrological Disasters*, Orisonturi Universitare, Timisoara, Romania
- [58] TCHIGUIRINSKAIA I., SCHERTZER D., HUBERT P., BENDJOUDI H. and LOVEJOY S. (2004b). — Multiscaling geophysics and sustainable development, in *Scales in Hydrology and Water Management*, edited by I. Tchiguirinskaia, M. Bonnel, and P. Hubert, pp. 111-137, IAHS Press, Wallingford, UK
- [59] TESSIER Y., LOVEJOY S., HUBERT P., SCHERTZER D. and PECKNOLD S. (1996). — Multifractal analysis and modeling of Rainfall and river flows and scaling, causal transfer functions, *J. Geophys. Res.* 31D : 26,427-26,440
- [60] TESSIER Y., LOVEJOY S. and SCHERTZER D. (1992). — Universal Multifractals: theory and observations for Rain and Clouds, in *11th ICCP conference*, pp. 1098-1101
- [61] TESSIER Y., LOVEJOY S. and SCHERTZER D. (1994). — The Multifractal Global Raingage Network: Analysis and simulation, *Journal of Applied Meteorology* 32 (12) : 1572-1586
- [62] YAGLOM A.M. (1966). — The influence on the fluctuation in energy dissipation on the shape of turbulent characteristics in the inertial interval, *Sov. Phys. Dokl.* 2 : 26-30